

# Tranzformációk, függvénytulajdonságok

Hekkelné Zsiros

Ildikó

Predložil Hekkelné Zsiros Ildikó dne 2024. 06. 08., szo - 21:26

Vrsta učne ure/projektnege načrta

načrt lekcije

Sector

Természettudományok, matematika és statisztika

Tema, učno področje

Trigonometria

Poklicni predmet(i)

Matematika

Razred

11. évfolyam

Cilji učenja in razvoja

– Röpdolgozat eredmények megbeszélése. Az értékelés célja a tanulók fejlődésének segítése. – A függvénytani ismeretek felelevenítése, aktivizálása, az új ismeretek egy rendszerbe foglalása, gyakorlás, elmélyítés. – Alkalmazás a trigonometrikus függvényekre

Koncepti

Függvénytranszformációk, függvénytulajdonságok

Potrebna orodja

Számológép, táblafilc, iratlefűző tasak, nyomtatott trigonometrikus koordináta-rendszer. Kókuszrúd, csomagolópapír, vágóeszköz

Uvodni del učne ure / Priprave na projekt

Röpdolgozatok kiosztása, értékelése. (Értékelés, visszajelzés, megerősítés.)

## **5' Házi feladat ellenőrzése, összefüggések megállapítása:**

(Tk 121.oldal Hf. 3.) A feladathoz tartozó táblázat kivetítése.

Megállapítások:

1) A  $\sin x$  fgv, grafikonja a  $\cos x$  fgv. grafikonjából egy  $x$  tengely irányú  $+\frac{\pi}{2}$  - vel való eltolással áll elő.

2) A  $\cos x$  fgv, grafikonja a  $\sin x$  fgv. grafikonjából egy  $x$  tengely irányú  $+\frac{\pi}{2}$  - vel való eltolással és egy  $x$  tengelyre vonatkozó tükrözéssel áll elő.

|                           |                   |                   |                  |                       |                  |                       |                      |                 |                  |                  |
|---------------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|----------------------|-----------------|------------------|------------------|
| x                         | $-\frac{5\pi}{2}$ | $-\pi$            | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{4}$      | 0                | $\frac{\pi}{6}$       | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$           |
| $\sin x$                  | -1                | 0                 | -1               | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0                | $\frac{1}{2}$         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | -1               | 0                |
| $\cos x$                  | 0                 | -1                | 0                | $\frac{\sqrt{2}}{2}$  | 1                | $\frac{\sqrt{3}}{2}$  | $\frac{1}{2}$        | 0               | 0                | 1                |
| $x - \frac{\pi}{2}$       | $-3\pi$           | $-\frac{3\pi}{2}$ | $-\pi$           | $-\frac{3\pi}{4}$     | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{3}$      | $-\frac{\pi}{6}$     | 0               | $\pi$            | $\frac{3\pi}{2}$ |
| $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ | 0                 | 1                 | 0                | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1               | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$       | 0               | 0                | -1               |
| $\cos(x - \frac{\pi}{2})$ | -1                | 0                 | -1               | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0                | $\frac{1}{2}$         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | -1               | 0                |

Megállapítások:

$$-\frac{5\pi}{2} = -2\pi - \frac{\pi}{2} \quad \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \cos x = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \sin(-x) = -\sin x \quad \cos(-x) = \cos x$$

Izvajanje učne ure/projekta

## 6' Függvényábrázolás és jellemezés

1. példa:  $f(x) = 2\cos x + 1$

**Függvény zérushelyének meghatározása algebrai úton** az  $f(x) = 0$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{megoldása egységkörrel}$$

Zérushelyek:

$$x_1 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbf{Z})$$

$$x_2 = \frac{4\pi}{3} + l \cdot 2\pi \quad (l \in \mathbf{Z})$$

## 5' Függvény transzformációk csoportosítása, rendszerező áttekintése

Részösszefoglalás: Az ismeretek rendszerezése és rögzítése táblázatban.

Párok összegyűjtik az ismereteket. Kitöltendő táblázat kivetítése

| <b>Függvény-transzformációk áttekintése</b><br>$(0 < c)$ |                        |
|--|------------------------|
| <b>Függvényérték <math>y = f(x)</math> tr.</b>           | <b>Változó (x) tr.</b> |
| $f(x) + c$   | $f(x + c)$             |
| $c \cdot f(x)$   | $f(c \cdot x)$         |
| $-f(x)$  | $f(-x)$                |

Megoldások:

y irányú tengely eltolás  $c$  – vel;

y tengely irányú nyújtás/zsugorítás  $c$  – szeresére;

x tengelyre vonatkozó tükrözés

x tengely irányú eltolás  $(-c)$  – vel

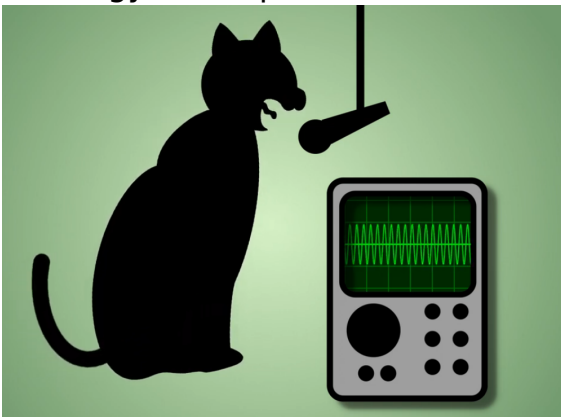
x tengely irányú zsugorítás/nyújtás  $1/c$ -szeresére

y tengelyre vonatkozó tükrözés

### 5' Zanza Tv videó: Periodikus függvények transzformálása

<https://zanza.tv/matematika/osszefuggesek-fuggvenyek-sorozatok/periodikus-fuggvenyek-transzformalasa>

Tantárgyközi kapcsolatok: fizika, hanghullámok, oszcilloszkóp



### 10' Függvényábrázolás gyakorlása

Ábrázoljuk fólián táblafilccel a megadott függvényeket!

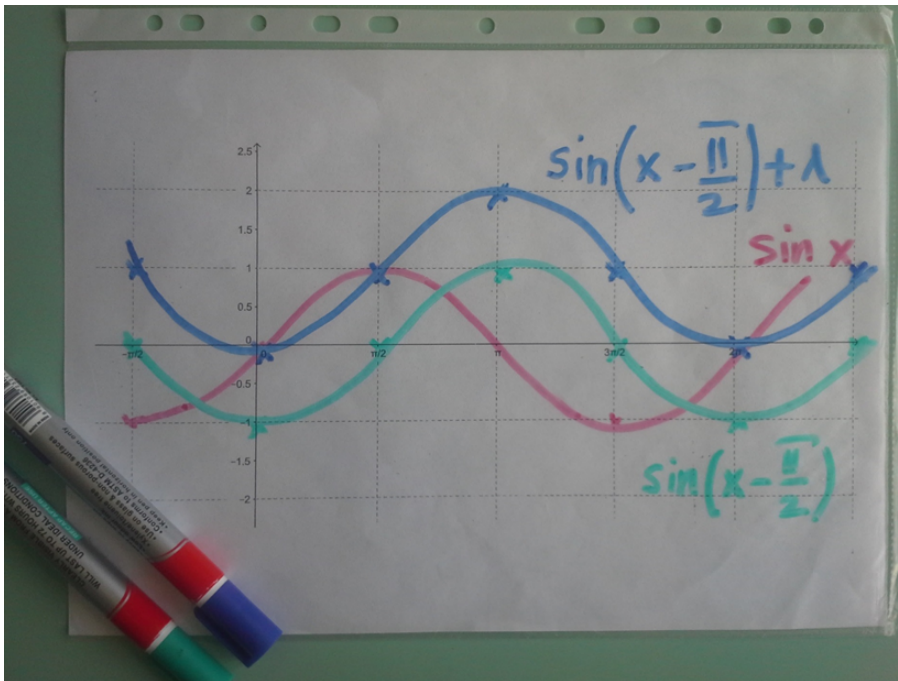
**(Páros munka:** megbeszélik a transzformációs lépéseket.

Kooperáció fejlesztése. Egymás munkája iránti felelősség, önellenőrzés.

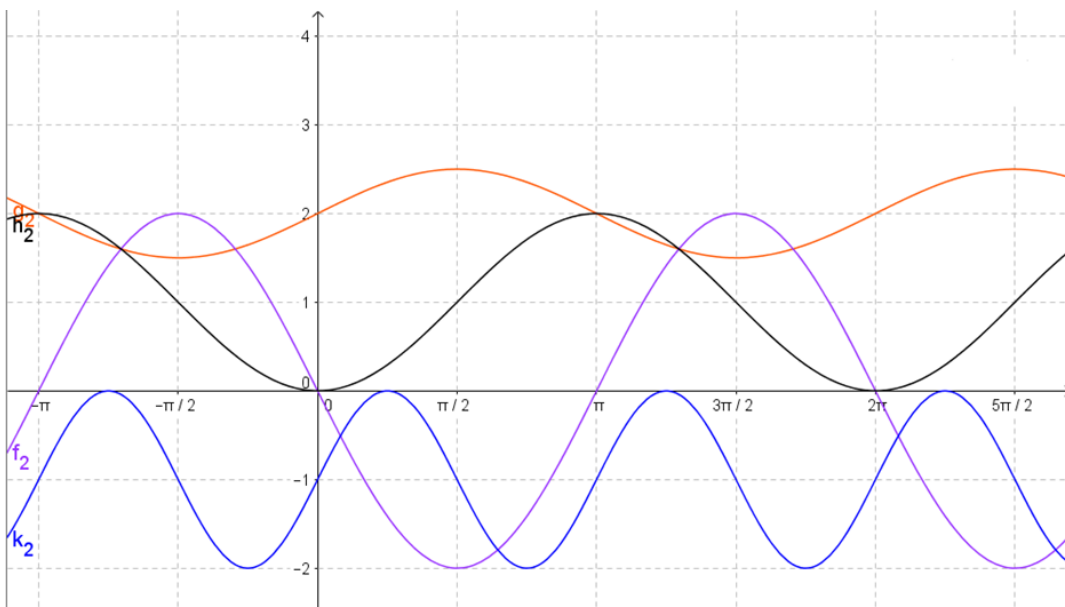
A páros tagjai segítik egymást a tanulásban.)

**(Eszközök:** Lefűzhető fóliatasak, bele sablon koordináta-rendszer trigonometrikus függvény ábrázolásához, táblafilc, törlőkendő.)

**Nevezzük meg azokat a függvény tulajdonságokat, amelyek a transzformáció hatására megváltoztak!**



Ellenőrzés: GeoGebra programmal kivetítve.



### 5' RÁADÁS:

- Csavarjunk be egy szál kókuszrudat egy írólapba, majd vágjuk el egy, a hengert 45°-os szögben metsző síkkal (késsel)!
- Terítsük ki a síkba a csomagolópapírt, a henger palástját!
- Milyen görbe lett a határoló vonala?

### Szorgalmi feladat:

Próbálj kapcsolatot keresni:

1. Mekkora a henger átmérője, mekkora a sugara?
2. Hogyan lehetne ferdebben elvágott hengerhez jutni?

Digitalne naprave, ki se uporablajajo za ustvarjanje lastne vsebine

Geogebra

Načrt vrednotenja

A tanár a fóliára felrajzolt függvényeket ellenőrzi munka közben.  
A tanóra végén az órai munka, aktivitás értékelése jeggyel.

Diferenciacija

Egyéni munka: mindenki a saját fóliáján ábrázolja a függvényt.  
A tanár a fóliára felrajzolt függvényeket ellenőrzi munka közben.  
Segítségnyújtás.

Domača naloga, projektna naloga

**A tanórához kapcsolódó házi feladat kijelölése:**

**Tk. 123.oldal Hf. 1.) - 3.)-ig feladatai**

A házi feladat megoldására való felkészítés.

Predmet(-i) javnega izobraževanja  
matematika