

# Kamatszámítás, törlesztőrészlet

**1. példa:** 1000000 Ft kölcsönt vettünk fel. 10 éves futamidőre, évi 12 %-os kamatra. Mekkora lesz az adósságunk, ha a bank

## 1) „egyszerű kamatot” számol

Ebben az esetben minden évben az alapösszeg 12%- a kamat.

$$\text{kamat} = 1000000 \cdot 0,12 = 120000 \text{ Ft}$$

$$10 \text{ év utáni tartozásunk: } 1000000 + 10 \cdot 120000 = 2200000 \text{ Ft}$$

## 2) kamatos kamattal számol **évenkénti** tőkésítéssel

Minden év végén a teljes aktuális tartozásunk kamatozik

$$10 \text{ év utáni tartozásunk: } 1000000 \cdot 1,12^{10} = 3105850 \text{ Ft}$$

$$T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

## 3) kamatos kamattal számol **félévenkénti** tőkésítéssel

A 12 %-os kamat felét számolják el minden félév végén

$$10 \text{ év utáni tartozásunk: } 1000000 \cdot 1,06^{20} = 3207135 \text{ Ft}$$

$$T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{200}\right)^{2n}$$

## 4) kamatos kamattal számol **havi** tőkésítéssel

A 12 %-os kamat tizenkettedét számolják el minden hónap végén

$$10 \text{ év utáni tartozásunk: } 1000000 \cdot 1,01^{120} = 3300387 \text{ Ft}$$

$$T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{1200}\right)^{12n}$$

**2. példa:** 1000000 Ft kölcsönt vettünk fel. 10 éves futamidőre, évi 12 %-os kamatra. Minden év végén fix összegű törlesztőrészletet fizetünk. Mennyi legyen a törlesztőrészlet és mekkora a visszafizetett teljes összeg?

$$\left( \left( \left( \left( 10^6 \cdot 1,12 - x \right) \cdot 1,12 - x \right) \cdot 1,12 - x \right) \cdot 1,12 - \dots \right) \cdot 1,12 - x = 0$$

$$10^6 \cdot 1,12^{10} - 1,12^9 \cdot x - 1,12^8 \cdot x - 1,12^7 \cdot x - \dots - x = 0$$

$$10^6 \cdot 1,12^{10} - x \cdot (1,12^9 + 1,12^8 + 1,12^7 + \dots + 1) = 0$$

Mértani sorozat:  $a_1=1$   $q=1,12$   $S_{10}=?$

$$10^6 \cdot 1,12^{10} - x \cdot 1 \cdot \frac{1,12^{10} - 1}{1,12 - 1} = 0$$

$$x = 176984 \text{ Ft a törlesztőrészlet}$$

Teljes visszafizetett összeg:  $10 \cdot 176984 = 1769840 \text{ Ft}$

$$x = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n : \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1}{\frac{p}{100}}$$

**3. példa:** 1000000 Ft összeget elhelyeztünk a bankba, évi 10 %-os kamatra. Ezután a második évtől kezdve minden év elején beteszünk további 300000 Ft-ot, szintén évi 10 %-os kamatozással.

a) Mennyi pénz gyűlik össze a 8. év végére?

$$\begin{aligned} & \left( (10^6 \cdot 1,1 + 300000) \cdot 1,1 + 300000 \right) \cdot 1,1 + \dots \cdot 1,1 = \\ & = 10^6 \cdot 1,1^8 + 300000 \cdot (1,1^7 + 1,1^6 + 1,1^5 + \dots + 1,1) = \\ & = 10^6 \cdot 1,1^8 + 300000 \cdot 1,1 \cdot \frac{1,1^7 - 1}{1,1 - 1} = 5274355 \text{ Ft} \end{aligned}$$

$$T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n + A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n-1} - 1}{\frac{p}{100}}$$

b) Hány év alatt sikerülne összegyűjteni 7000000 Ft-ot?

$$10^6 \cdot 1,1^n + 300000 \cdot 1,1 \cdot \frac{1,1^{n-1} - 1}{1,1 - 1} = 7000000 \quad /:10^5$$

$$10 \cdot 1,1^n + 3 \cdot \frac{1,1^n - 1,1}{0,1} = 70$$

$$10 \cdot 1,1^n + 30 \cdot 1,1^n - 33 = 70$$

$$40 \cdot 1,1^n = 103$$

$$1,1^n = 2,575$$

$$n = \log_{1,1} 2,575$$

$$n \approx 9,92$$

10. évben gyűlik össze