

# Tranzformációk, függvénytulajdonságok

Submitted by Hekkelné Zsiros Ildikó on 2024. 06. 08., szo - 21:26

## **Type of lesson / project plan**

Lesson plan

## **Sector**

Természettudományok, matematika és statisztika

## **Topic, learning area**

Trigonometria

## **Vocational subject(s)**

Matematika

## **Grade**

11. évfolyam

## **Learning and development goals**

– Röpdolgozat eredmények megbeszélése. Az értékelés célja a tanulók fejlődésének segítése. – A függvénytani ismeretek felelevenítése, aktivizálása, az új ismeretek egy rendszerbe foglalása, gyakorlás, elmélyítés. – Alkalmazás a trigonometrikus függvényekre

## **Concepts**

Függvénytranszformációk, függvénytulajdonságok

## **Required tools**

Számológép, táblafilc, iratlefűző tasak, nyomtatott trigonometrikus koordináta-rendszer. KókusZRúd, csomagolópapír, vágóeszköz

## **Introductory part and preparation of the lesson / project plan**

Röpdolgozatok kiosztása, értékelése. (Értékelés, visszajelzés, megerősítés.)

## **5' Házi feladat ellenőrzése, összefüggések megállapítása:**

(Tk 121.oldal Hf. 3.) A feladathoz tartozó táblázat kivetítése.

Megállapítások:

1) A  $\sin x$  fgv, grafikonja a  $\cos x$  fgv. grafikonjából egy  $x$  tengely irányú  $+\frac{\pi}{2}$  - vel

való eltolással áll elő.

2) A  $\cos x$  fgv. grafikonja a  $\sin x$  fgv. grafikonjából egy  $x$  tengely irányú  $+\frac{\pi}{2}$  - vel való eltolással és egy  $x$  tengelyre vonatkozó tükrözéssel áll elő.

$x$	$-\frac{5\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin x$	-1	0	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0
$\cos x$	0	-1	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	1
$x - \frac{\pi}{2}$	$-3\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin(x - \frac{\pi}{2})$	0	1	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1
$\cos(x - \frac{\pi}{2})$	-1	0	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0

Megállapítások:

$$-\frac{5\pi}{2} = -2\pi - \frac{\pi}{2} \quad \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \cos x = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \sin(-x) = -\sin x \quad \cos(-x) = \cos x$$

## Implementation of the lesson / project plan

### 6' Függvényábrázolás és jellemezés

1. példa:  $f(x) = 2\cos x + 1$

**Függvény zérushelyének meghatározása algebrai úton** az  $f(x) = 0$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{megoldása egységkörrel}$$

Zérushelyek:

$$x_1 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \quad (k \in \mathbf{Z})$$

$$x_2 = \frac{4\pi}{3} + l \cdot 2\pi \quad (l \in \mathbf{Z})$$

### 5' Függvény transzformációk csoportosítása, rendszerező áttekintése

Részösszefoglalás: Az ismeretek rendszerezése és rögzítése táblázatban.

Párok összegyűjtik az ismereteket. Kitöltendő táblázat kivetítése

<b>Függvény-transzformációk áttekintése</b> $(0 < c)$	
<b>Függvényérték <math>y = f(x)</math> tr.</b>	<b>Változó (x) tr.</b>
$f(x) + c$	$f(x + c)$
$c \cdot f(x)$	$f(c \cdot x)$
$-f(x)$	$f(-x)$

Megoldások:

y irányú tengely eltolás  $c$  – vel;

y tengely irányú nyújtás/zsugorítás  $c$  – szeresére;

x tengelyre vonatkozó tükrözés

x tengely irányú eltolás  $(-c)$  – vel

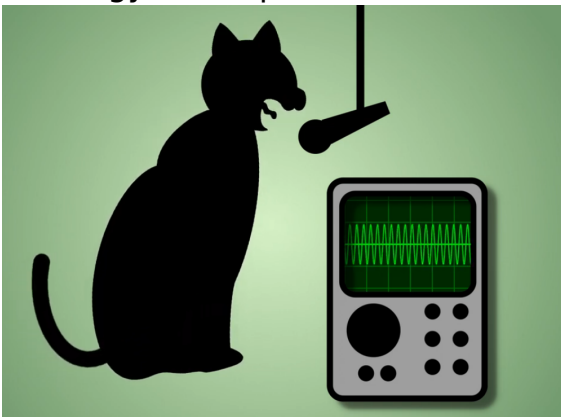
x tengely irányú zsugorítás/nyújtás  $1/c$ -szeresére

y tengelyre vonatkozó tükrözés

### 5' Zanza Tv videó: Periodikus függvények transzformálása

<https://zanza.tv/matematika/osszefuggesek-fuggvenyek-sorozatok/periodikus-fuggvenyek-transzformalasa>

Tantárgyközi kapcsolatok: fizika, hanghullámok, oszcilloszkóp



### 10' Függvényábrázolás gyakorlása

Ábrázoljuk fólián táblafilccel a megadott függvényeket!

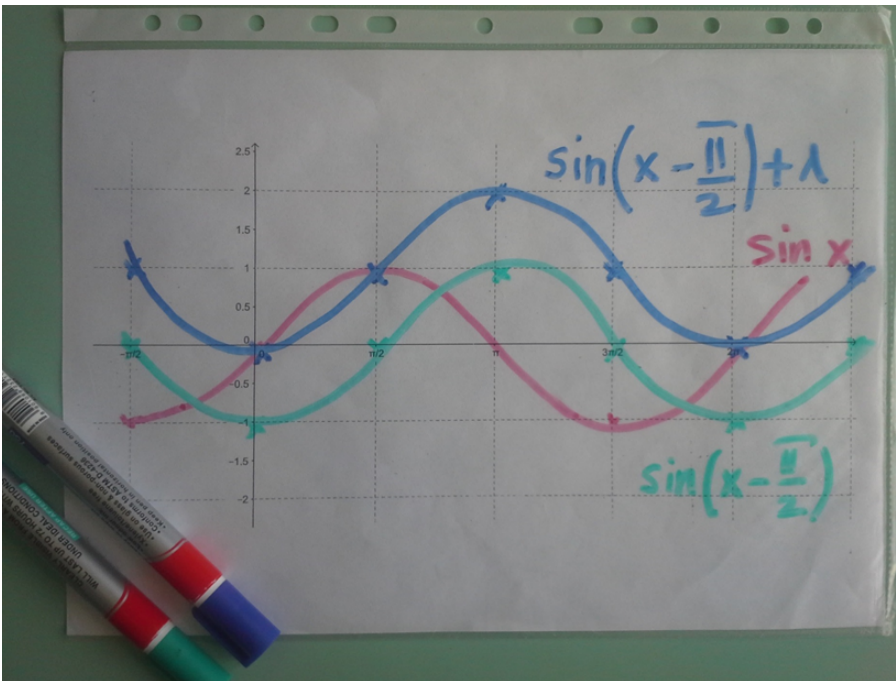
**(Páros munka:** megbeszélik a transzformációs lépéseket.

Kooperáció fejlesztése. Egymás munkája iránti felelősség, önellenőrzés.

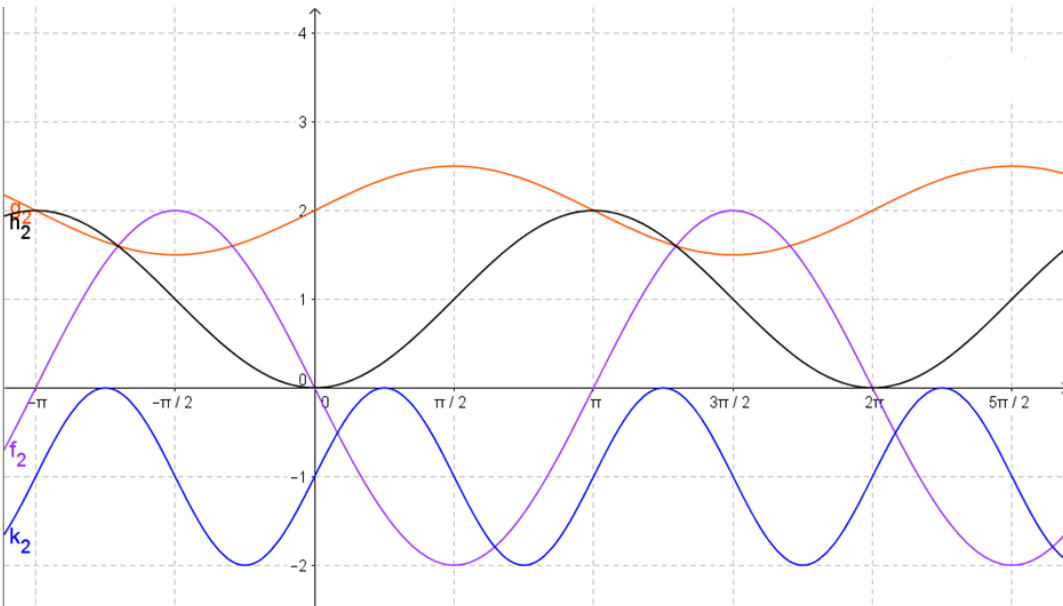
A páros tagjai segítik egymást a tanulásban.)

**(Eszközök:** Lefűzhető fóliatasak, bele sablon koordináta-rendszer trigonometrikus függvény ábrázolásához, táblafilc, törlőkendő.)

**Nevezzük meg azokat a függvény tulajdonságokat, amelyek a transzformáció hatására megváltoztak!**



Ellenőrzés: GeoGebra programmal kivetítve.



### 5' RÁADÁS:

- Csavarjunk be egy szál kókuszrudat egy írólapba, majd vágjuk el egy, a hengert 45°-os szögben metsző síkkal (késsel)!
- Terítsük ki a síkba a csomagolópapírt, a henger palástját!
- Milyen görbe lett a határoló vonala?

### Szorgalmi feladat:

Próbálj kapcsolatot keresni:

1. Mekkora a henger átmérője, mekkora a sugara?
2. Hogyan lehetne ferdebben elvágott hengerhez jutni?

## **Used digital devices**

Geogebra

## **Evaluation plan**

A tanár a fóliára felrajzolt függvényeket ellenőrzi munka közben.

A tanóra végén az órai munka, aktivitás értékelése jeggyel.

## **Differentiation**

Egyéni munka: mindenki a saját fóliáján ábrázolja a függvényt.

A tanár a fóliára felrajzolt függvényeket ellenőrzi munka közben.

Segítségnyújtás.

## **Homework, project task**

### **A tanórához kapcsolódó házi feladat kijelölése:**

#### **Tk. 123.oldal Hf. 1.) - 3.)-ig feladatai**

A házi feladat megoldására való felkészítés.

## **General subject(s)**

matematika